

CONJECTURING DALAM PEMECAHAN MASALAH GENERALISASI POLA

Sutarto¹, Intan Dwi Hastuti²

¹Dosen pendidikan Matematika IKIP Mataram sutarto_zadt@ymail.com

²Mahasiswa S3 Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang intanhastuti@ymail.com

Abstrak: Penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi proses *conjecturing* siswa dalam pemecahan masalah generalisasi pola. Jenis penelitian ini adalah deskriptif eksploratif. Subjek penelitiannya adalah 6 siswa kelas VIII SMP Negeri 5 Malang, pada tahap pertama siswa menyelesaikan masalah generalisasi pola dan pada tahap kedua siswa diwawancara berdasarkan lembar jawaban masing-masing. Hasil penelitian menunjukkan: 1) tidak semua tahapan proses *conjecturing* dilakukan, 2) proses *conjecturing* terjadi secara *linear* dan *zigzag* dan 3) memahami masalah merupakan titik awal untuk pemecahan masalah generalisasi pola.

Kata Kunci: *Conjecturing*, pemecahan masalah, Generalisasi pola.

PENDAHULUAN

Pemecahan masalah dan *conjecturing* merupakan bagian penting dari kegiatan matematika. Hal ini sesuai dengan yang dikemukakan oleh Cañadas, Deulofeu, Figueiras, Reid, & Yevdokimov (2007) yaitu banyak peneliti telah menyarankan bahwa pemecahan masalah dan *conjecturing* adalah bagian penting dari kegiatan matematika. Menurut NCTM (2000) pemecahan masalah merupakan salah satu bagian dari standar matematika sekolah. Lebih lanjut dijelaskan bahwa berpikir matematis dan keterampilan penalaran, termasuk membuat *conjectures* adalah penting karena berfungsi sebagai dasar untuk mengembangkan wawasan baru dan meningkatkan kajian lebih lanjut. Sedangkan menurut Sutarto, dkk (2014) *conjecturing* berperan dalam pembelajaran matematika yaitu: (1) *conjecturing* sebagai jalan dalam menyelesaikan masalah (2) *conjecturing* sebagai proses yang membantu siswa dalam memahami materi, dan (3) *conjecturing* sebagai proses yang melatih siswa dalam bernalar.

Pemecahan masalah dan *conjecturing* merupakan dua hal yang saling berhubungan. Cañadas, Deulofeu, Figueiras, Reid, & Yevdokimov (2007) pemecahan masalah dan *conjecturing* sebagai kegiatan matematika yang terjalin dalam banyak cara. Dalam NCTM (2000) pemecahan masalah berarti terlibat dalam tugas yang solusi belum diketahui sebelumnya. Lebih lanjut dijelaskan bahwa melakukan matematika berarti melibatkan penemuan, *conjecture* adalah jalur utama untuk penemuan. Proses investigasi terjadi dalam proses problem solving, dalam proses investigasi salah satu tahapannya adalah perumusan dan pengujian *conjecture* (Yeo & Yeap, 2010).

Conjecture merupakan suatu pernyataan yang dihasilkan dari proses penalaran tapi kebenarannya belum dapat dipastikan. Menurut Stacey, Burton, & Mason (2010) *conjecture* adalah pernyataan yang masuk akal, tapi ya ng kebenarannya belum dapat dipastikan, dengan kata lain, belum diyakini kebenarannya namun tidak memiliki contoh penyangkal. Canada & Castro (2005) menyatakan bahwa

conjecture adalah pernyataan berdasarkan fakta empiris, yang belum divalidasi. Cañadas, Deulofeu, Figueiras, Reid, & Yevdokimov (2007) menyatakan bahwa proses *conjecturing* menggunakan berbagai jenis penalaran. Salah satu penalaran yang digunakan dalam proses *conjecturing* adalah penalaran induktif.

Penalaran induktif adalah proses melihat keteraturan yang dimulai dari contoh-contoh tertentu dan menghasilkan generalisasi. Menurut Pólya (1967) bahwa penalaran induktif adalah metode menemukan sifat dari fenomena dan menemukan keteraturan dengan cara yang logis. Canada & Castro (2005) menyatakan bahwa penalaran induktif dalam pendidikan matematika adalah proses penalaran yang dimulai dengan kasus-kasus tertentu dan menghasilkan generalisasi. Penalaran induktif mengacu pada pendeteksian keteraturan dan ketidakteraturan dalam rangka membentuk aturan dan membuat generalisasi (Klauer & Phye, 2008).

Hasil penelitian tentang tahapan penalaran induktif. Pólya (1967) menunjukkan empat langkah proses penalaran induktif: pengamatan kasus-kasus tertentu, merumuskan *conjecture* berdasarkan kasus tertentu sebelumnya dan verifikasi *conjecture* dengan kasus-kasus tertentu yang baru. Dalam konteks induksi empiris dari bilangan berhingga kasus diskrit, Reid (2001) menjelaskan tahapan ini: pengamatan pola, *conjecturing* (dengan keraguan) bahwa pola-pola ini berlaku secara umum, pengujian *conjecture*, dan generalisasi *conjecture*. Canada & Castro (2005) tujuh tahapan yang menjelaskan proses penalaran induktif: mengamati kasus-kasus tertentu, mengorganisasikan kasus-kasus tertentu, mencari dan memprediksi pola, merumuskan *conjecture*, memvalidasi

conjecture, meggeneralisasi *conjecture*, dan membenarkan *conjecture* umum.

Penalaran induktif penting dalam pemecahan masalah. Menurut Koedinger dan Anderson (Papageorgiou & Christou, 2005) bahwa penalaran induktif berperan penting dalam matematika dan pemecahan masalah. Pólya (1967) menyatakan bahwa penalaran induktif sangat penting dari sudut pandang ilmiah karena memungkinkan kita untuk memperoleh pengetahuan ilmiah. Sedangkan menurut Harverty, dkk (2000) mengutip beberapa penelitian lain yang melihat penalaran induktif sebagai faktor penting untuk pemecahan masalah, belajar konsep, belajar matematika, dan pengembangan keahlian. Penalaran induktif digunakan dalam proses *conjecturing*.

Proses *conjecturing* melalui penalaran induktif adalah proses menghasilkan *conjecture* melalui tahapan penalaran induksi. Menurut Cañadas, Deulofeu, Figueiras, Reid, & Yevdokimov (2007) bahwa *conjecturing* dalam menyelesaikan masalah dapat dilakukan dengan *conjecturing* tipe induksi empiris dari sejumlah berhingga kasus diskrit. Lebih lanjut dikatakan bahwa *conjecturing* melalui penalaran induktif dapat dibuat berdasarkan pengamatan dari bilangan berhingga kasus diskrit, dimana pola yang diamati konsisten. Selanjutnya Cañadas & Castro (2005) dalam Cañadas, Deulofeu, Figueiras, Reid, & Yevdokimov (2007) menyatakan bahwa tujuh tahapan kategorisasi untuk menggambarkan *conjecturing* tipe induksi empiris dari sejumlah berhingga kasus diskrit: mengamati kasus, mengorganisir kasus, mencari dan memprediksi pola, merumuskan *conjecture*, memvalidasi *conjecture* tersebut, generalisasi *conjecture* tersebut, dan membenarkan

generalisasi. Tahapan *Conjecturing* tersebut merupakan tahapan penalaran induksi yang dikemukakan oleh Cañadas & Castro (2005) dan dijadikan salah satu tipe *conjecturing*.

Penjelasan tujuh tahapan kategorisasi untuk menggambarkan *conjecturing* tipe induksi empiris dari sejumlah berhingga kasus diskrit atau *conjecturing* melalui penalaran induktif. Ketika *mengamati kasus* titik awal kasus tertentu adalah pengalaman dengan kasus-kasus tertentu dari masalah yang diajukan. *Mengorganisir kasus* melibatkan penggunaan strategi untuk melakukan sistematisasi dan memfasilitasi pekerjaan dengan kasus-kasus tertentu. Strategi yang paling umum digunakan adalah organisasi kasus-kasus tertentu dengan daftar data atau tabel. *Mencari dan memprediksi pola* ketika seseorang mengamati pengulangan dan situasi yang biasa yang bersifat gambaran bahwa pola mungkin berlaku untuk kasus berikutnya yang tidak diketahui dengan pasti. *Merumuskan conjecture*, berarti membuat pernyataan tentang semua kemungkinan kasus yang terjadi, berdasarkan fakta-fakta empiris, tetapi dengan unsur keraguan. *Memvalidasi conjecture*, ketika siswa merumuskan *conjecture* dengan keraguan, mereka yakin tentang kebenaran *conjecture* mereka untuk kasus-kasus tertentu tetapi tidak untuk yang lain. *Generalisasi conjecture*, hal ini terkait dengan perubahan pada pernyataan yang diyakini. Melihat contoh tambahan tidak cukup untuk membenarkan generalisasi, membenarkan generalisasi *conjecture* mencakup pemberian alasan yang menjelaskan *conjecture* tersebut, mungkin dengan maksud meyakinkan orang lain bahwa generalisasinya benar. Jika diperlukan, orang bisa membuat bukti matematis sebagai justifikasi yang

menjamin kebenaran *conjecture* tersebut.

Pemecahan masalah generalisasi pola merupakan aspek penting dalam matematika yang terdapat dalam setiap topik dan merupakan sesuatu yang disorot dalam pengajaran di hampir semua tingkatan (Dindyal, 2007). Generalisasi pola dapat berkontribusi pada pengembangan kemampuan yang berkaitan dengan pemecahan masalah, melalui penekanan analisis kasus-kasus tertentu, mengorganisasikan data secara sistematis, *conjecturing* dan menggeneralisasi (Barbosa, 2011). Sedangkan menurut Küchemann (2010) menyatakan generalisasi harus menjadi inti dari kegiatan matematika di sekolah.

Dalam kurikulum 2013 terkait pola, generalisasi, dan *conjecturing* merupakan kompetensi dasar yang diberikan di SMP/MTs kelas VII, VIII dan IX, ini menunjukkan bahwa pola, generalisasi dan *conjecturing* merupakan kompetensi yang penting dan harus di miliki oleh siswa. Kenyataannya menggeneralisasi pola, dan membangun *conjecture* dalam penyelesaian masalah masih dirasakan sulit oleh siswa. Hal ini senada dengan yang disampaikan oleh Sutarto, dkk (2014) bahwa siswa mengalami kesulitan dalam proses membangun *conjecture* yaitu siswa mengalami kesulitan dalam mengamati kasus (3,57%), mengorganisir kasus (17,86%), mencari dan memprediksi pola (53,57%), merumuskan *conjecture* (64,29 %), memvalidasi *conjecture* (71,43%), generalisasi *conjecture* (82,86%), dan membenarkan generalisasi (92,86%).

Berdasarkan uraian ini sangat penting untuk mendeskripsikan proses *conjecturing* dalam pemecahan masalah generalisasi pola sehingga guru dapat memahami dengan benar proses

conjecturing yang dilakukan oleh siswa. Selanjutnya guru dapat membantu siswa membuat, memperbaiki, dan mengeksplorasi *conjecture*.

METODE

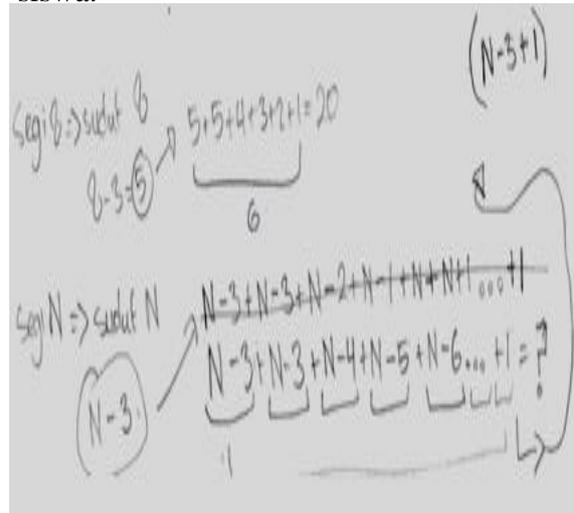
Jenis penelitian yang digunakan untuk mendeskripsikan proses *conjecturing* dalam pemecahan masalah generalisasi pola pada siswa kelas VIII SMP Negeri 5 Malang adalah deskriptif eksploratif dengan memberikan lembar masalah generalisasi pola "Tentukan banyaknya diagonal dari segitiga n beraturan?" untuk diselesaikan kepada 6 siswa. Pada tahap pertama siswa menyelesaikan masalah generalisasi pola dan pada tahap kedua siswa diwawancara berdasarkan lembar jawaban masing-masing untuk mengetahui proses *conjecturing* yang dilakukan. Soal ini termasuk masalah matematika karena penyelesaian yang benar tidak diketahui oleh siswa sehingga ini merupakan masalah bagi mereka. Untuk mendeskripsikan proses *conjecturing* dalam pemecahan masalah generalisasi pola lembar jawaban siswa dikumpulkan, selanjutnya diwawancara dan dianalisis satu persatu untuk melihat proses berpikirnya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Proses *conjecturing* yang dilakukan oleh siswa dalam pemecahan masalah generalisasi pola tentang "Tentukan banyaknya diagonal dari segitiga n beraturan?" menunjukkan adanya perbedaan antara subjek yang satu dengan subjek yang lainnya. Perbedaan proses *conjecturing* ini terjadi karena faktor pengetahuan awal dan pengalaman mereka sebelumnya.

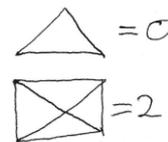
Berdasarkan hasil wawancara dan analisis lembar jawaban siswa diperoleh gambaran tentang proses *conjecturing* dalam pemecahan masalah

generalisasi pola pada masing-masing siswa:



Hasil kerja S1 dalam mengamati kasus

Hasil wawancara yang dilakukan pada subjek S1 menunjukkan bahwa S1 tidak memahami maksud dari masalah yang diberikan, tapi S1 mengetahui bahwa segi tiga tidak mempunyai diagonal dan segi empat memiliki dua diagonal. Subjek S1 tidak bisa melanjutkan pada tahapan selanjutnya, karena tidak memahami maksud dari masalah.



Hasil kerja S2 dalam merumuskan *conjecture*

Hasil wawancara yang dilakukan pada subjek S2 menunjukkan bahwa S2 mulai dengan mengamati kasus dan langsung mencari dan memprediksi pola tetapi karena mengalami kebingungan S2 kembali mengorganisir kasus dengan menggambar segi tiga dengan diagonalnya nol, segi empat diagonalnya dua, segi lima diagonalnya 5, segi enam diagonalnya 9, segi tujuh diagonalnya 14 seperti yang terlihat pada gambar 1. Tahap selanjutnya S2

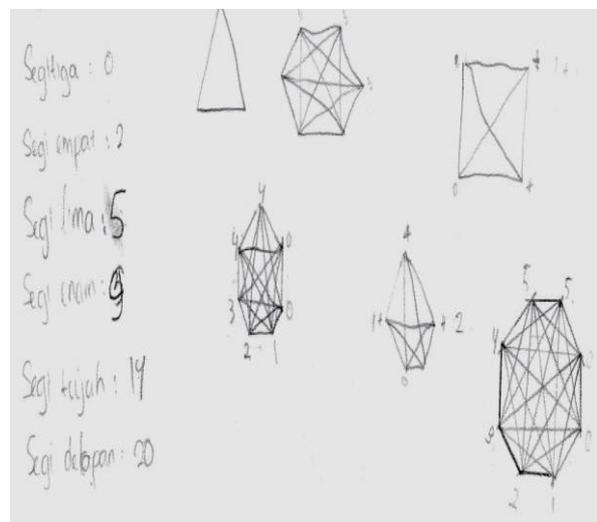
merumuskan *conjecture* bahwa rumus ke n adalah $n - 3 + 1$ Dan melakukan validasi dengan mensubstitusi segi empat ($n = 4$) ke $n - 3 + 1 = 2$ hasilnya sesuai dengan banyaknya diagonal pada segi empat. Selanjutnya S2 membuat generalisasinya dengan meyakini bahwa $n - 3 + 1$ adalah benar. Peneliti bertanya apakah $n - 3 + 1$ berlaku untuk segi-segi beraturan lainnya, S2 menjawab iya pak tapi saat S2 mencoba dengan segi 5 diagonal yang di dapat 3 tidak sesuai dengan tahapan mengorganisir kasus yaitu segilima diagonalnya lima.

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} n (n - 3) \\ &= \frac{1}{2} (4) (4 - 3) \\ &= \frac{1}{2} (4) (1) \\ &= \frac{1}{2} (4) \\ &= 2 \end{aligned}$$

Hasil kerja S3 dalam merumuskan *conjecture*

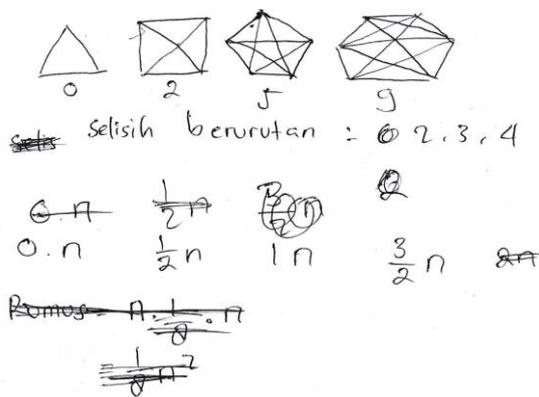
Wawancara yang dilakukan pada subjek S3 menunjukkan bahwa S3 mengamati kasus dengan menjawab pertanyaan masalah ini mencari rumus untuk menentukan jumlah diagonal segi beraturan ini terkait pola bilangan, dengan pengetahuannya tentang segi beraturan dan diagonal selanjutnya S3 mencari dan memprediksi pola dengan menggambar menggambar segi tiga diagonalnya nol, segi empat diagonalnya dua, segi lima diagonalnya 5, segi enam diagonalnya 9 dan mengurutkan segi beraturan dengan jumlah diagonalnya dan mengetahui diagonal segi tujuh dan segi delapan tanpa menggambar. Subjek S3. Pada tahap selanjutnya S3 telah merumuskan *conjecture* bahwa jumlah diagonal dari

segi n beraturan adalah $\frac{1}{2}(n - 3)n$ dengan unsur keraguan. Pada tahap memvalidasi *conjecture* S3 menggambar lagi segi tujuh untuk memastikan bahwa segi tujuh diagonalnya 14 ternyata benar. Kemudian S3 menggeneralisasi dengan adanya perubahan keyakinan bahwa S3 meyakini bahwa *conjecture*nya benar. Dalam membenarkan *conjecture* S3 memberikan contoh tambahan dengan mensubstitusi segi enam pada rumus yang telah ditemukan dan hasilnya benar dengan maksud meyakinkan peneliti bahwa *conjecture*nya benar.



Hasil kerja S4 dalam Mengamati kasus dan Mengorganisir kasus

Hasil wawancara yang dilakukan pada subjek S4 menunjukkan bahwa subjek S4 mengamati kasus dengan menggambar dua segi n beraturan, dan melanjutkan ke tahap mengorganisir kasus dengan mengurutkan segi n beraturan dengan jumlah diagonalnya, subjek S4 telah menggambar diagonal sampai dengan segi delapan beraturan, tapi subjek S4 tidak mencari dan menemukan polanya sehingga tidak dapat melanjutkan ketahapan berikutnya.



Hasil kerja S5 dalam merumuskan *conjecture*

Hasil wawancara yang dilakukan pada subjek S5 menunjukkan bahwa S5 mulai dengan mengamati kasus dan langsung mencari dan memprediksi pola dengan menggambar segi tiga dengan diagonalnya nol, segi empat diagonalnya dua, segi lima diagonalnya 5, segi enam diagonalnya 9, Tahap selanjutnya S2 mencoba merumuskan *conjecture* bahwa jumlah dari diagonal segi n rumusnya adalah $\frac{1}{8}n^2$ dan langsung divalidasi tapi dugaannya salah. Subjek S2 tidak melanjutkan ke tahapan berikutnya karena kesulitan dalam merumuskan dugaannya walaupun subjek sudah menemukan pola bilangannya.



Hasil kerja S6 dalam mengamati kasus

Hasil wawancara yang dilakukan pada subjek S6 menunjukkan bahwa S6 tidak memahami maksud dari masalah yang diberikan. S6 hanya menggambar segi empat dan tidak memahami tentang diagonal. Subjek S6 tidak bisa melanjutkan ketahapan selanjutnya, karena tidak memahami maksud dari masalah.

Dari uraian hasil wawancara dan analisis lembar jawaban masing-masing

siswa dapat digambarkan proses pelaksanaan tahapan *conjecturing* dalam pemecahan masalah generalisasi pola seperti yang terlihat pada diagram 1. Gambaran proses tersebut menunjukkan cara berpikirnya siswa dalam menyelesaikan masalah generalisasi pola berdasarkan tahapan proses *conjecturing* tipe induksi empiris dari sejumlah berhingga kasus diskrit atau melalui penalaran induktif.

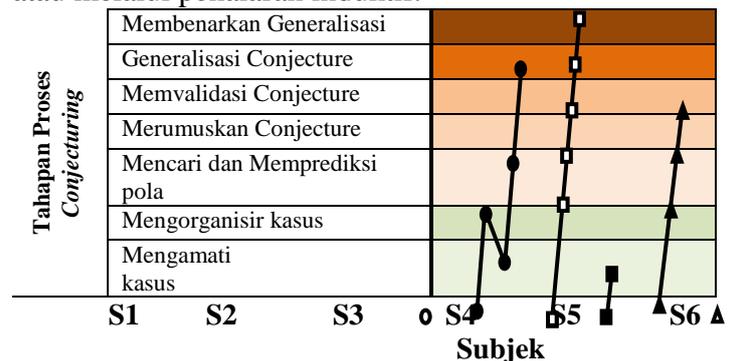


Diagram 1. Proses pelaksanaan tahapan proses *conjecturing* dalam pemecahan masalah generalisasi pola

berdasarkan diagram 1 dapat dilihat bahwa dalam proses *conjecturing* tidak semua tahapan terjadi seperti yang dilakukan oleh subjek S3 dan S5. Subjek tersebut tidak melakukan tahapan mengorganisir kasus. Proses *conjecturing* tidak hanya terjadi secara *linear* seperti yang terjadi pada S3 dan S5, tapi proses *conjecturing* juga terjadi secara *zigzag* seperti yang dilakukan oleh S2. Subjek S1 dan S6 tidak melanjutkan ke tahap berikutnya karena subjek tersebut tidak memahami masalah yang diberikan.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, dapat diperoleh kesimpulan bahwa 1) tidak semua tahapan proses *conjecturing* dilakukan, 2) proses *conjecturing* terjadi secara *linear* dan *zigzag* dan 3) memahami masalah merupakan titik awal untuk pemecahan masalah generalisasi pola.

DAFTAR RUJUKAN

- Barbosa, A. 2011. Patterning problems: sixth graders' ability to generalize. *Proceedings of the CERME 7 International Conference*
- Canada, M.C., & Martinez, E, C. 2005. A proposal of categorisation for Analysing inductive reasoning Solving. *Proceedings of the CERME 4 International Conference (pp. 41-409)*. Sant Feliu de Guíxols, Spain.
- Cañadas, M.C., Deulofeu, J. Figueiras, L., Reid, D., & Yevdokimov, O. 2007: The Dugaan Process: Perspectives in Theory and Implications in Practice: *Journal Of Teaching And Learning*, 2007, VOL. 5, NO.1
- Dindyal, J. 2007. High School Students' Use of Patterns and Generalisations. *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 2007, pp. 844-851
- Harverty , L. A., Koedinger, K. R., Klahr, D., & Alibali, M. W. (2000). Solving inductive reasoning problems in mathematics: No-so-trivial pursuit. *Cognitive Science* Vol 24
- Klauer, K. J., & Phye, G. D. (2008). Inductive reasoning: A training approach. *Review of Educational Research*, 78, 85 – 123
- Küchemann, D. 2010. Using patterns generically to see structure. *Pedagogies: An International Journal* Vol. 5, No. 3, July–September 2010, 233–250
- Lee, K.H., & Sriraman, B. 2010. Dugaan via reconceived classical analogy: *Educational Studies in Mathematic*, DOI 10.1007/s10649-010-9274-1
- Lin, P.J., & Tsai, W.H. 2013. A Task Design for Dugaan in PrimaryClassroom Contexts. *Proceedings of ICMI Study 22 (Vol. 1)*. Oxford
- Martha, G. & Alma, B. 2011. Using Multiple Representations to Make and Verify Dugaan. *US-China Education Review B* 3 (2011) 430-437 Earlier title: *US-China Education Review*, ISSN 1548-6613 Dafid publishing.
- Nasional Council of Teacher of Mathematics. 2000. *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Reid, D.A., & Scotia, N. 2002. *Conjectures and Refutations in Grade 5 Mathematics*. *Journal of Research Mathematics and Education*, Vol. 33, No.1.5-29
- Stacey, Burton, & Mason. 2010. *Thinking Mathematically Second Edition*. Pearson Education Limited.
- Sutarto, dkk. 2014. Identifikasi kesulitan siswa dalam membangun *conjecturing* pada pemecahan masalah matematika. *Preceding Seminar Nasional Pendidikan UTY ISBN 978-979-1334-33-4*
- Sutarto, dkk. 2014. Peran *conjecturing* dalam pembelajaran matematika. *Preceding Seminar Nasional matematika dan Pendidikan Matematika USD*.
- Yeo, J.B.W., & Yeap, B.H. 2010. Characterising the Cognitive Processes Mathematical Investigation. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. ISSN 1473 – 0111. Articles published to date 5 Oct 2010.
- Yevdokimov, S. 2005. About A Constructivist Approach For Stimulating Students' Thinking To Produce Dugaan And Their Proving In Active Learning Of Geometry. *Proceedings of the CERME 4 International Conference (pp. 469-480)*. Sant Feliu de Guíxols, Spain