APLIKASI METODE LEVEL SET PADA SEGMENTASI GAMBAR (*APPLICATION OF LEVEL SET METHOD IN IMAGE SEGMENTATION*)

RIANA
riananana@mail.ugm.ac.id

Abstrak; Pada tesis ini akan dibahas mengenai segmentasi citra yang merupakan bagian dari pengolahan citra yang digunakan untuk mendeteksi garis batas (tepi) suatu obyek pada citra. Adapun pendekatan untuk deteksi garis batas (tepi) pada penelitian ini, yaitu dengan menggunakan model *geodesic active contour*. Ide utama dari model ini adalah untuk meminimumkan energi fungsional dengan menggunakan metode *gradient descent* (*steepest descent*), yakni dengan menggerakkan kurva sehingga mencapai tepi obyek yang akan dideteksi. Salah satu metode yang banyak digunakan untuk menyelesaikan masalah perubahan kurva yaitu metode *level set*.

Kata kunci: Metode *Level Set*, *Geodesic Active Contour* (GAC), Segmentasi.

Abstract; In this thesis, image segmentation in the image processing for the detection of object boundaries will be discussed. The approach of edge detection by geodesic active model is one of methods for image segmentation based on the edge detection. The mean idea of this model is based on a functional of energy minimization on the theory of curve evolution, the functional is minimized by a gradient descent (steepest descent) method, the level set is the most suitable method for solving problem of curve evolution.

Keywords: Level Set Method, Geodesic Active Contour (GAC), Segmentation.

PENDAHULUAN

Beberapa tahun terkahir ini, penggunaan persamaan diferensial dalam bidang analisis citra menjadi salah satu topik penelitian yang menarik perhatian para peneliti, salah satunya yaitu segmentasi citra yang merupakan bidang terpenting pada bidang pengolahan citra. Segmentasi merupakan proses membagi citra ke dalam sejumlah region atau obyek. Adapun tujuan utama segmentasi di tesis ini adalah untuk mendeteksi keberadaan suatu objek pada sebuah citra. Algoritma segmentasi citra umumnya didasarkan pada salah satu dari sifat dasar nilai intensitas: diskontinuitas dan similaritas.

Diskontinuitas merupakan salah satu algoritma segmentasi dengan membagi citra berdasarkan perubahan besar pada nilai intensitasnya seperti tepi citra, salah satu pendekatan diskontinuitas yaitu deteksi tepi. Deteksi tepi (*edge detection*) pada suatu citra merupakan suatu proses yang bertujuan untuk menghasilkan atau mendeteksi garis batas (*boundary*) atau tepi dari obyek pada citra. Suatu titik (x, y) dikatakan sebagai tepi (*edge*) dari suatu citra bila titik tersebut mempunyai perbedaan intensitas yang tinggi dengan tetangganya artinya tepian citra adalah posisi dimana intensitas piksel dari citra berubah dari nilai intensitas yang rendah ke nilai intensitas yang tinggi atau sebaliknya.

Salah satu metode segmentasi klasik yang pertama kali diperkenalkan pada tahun 1998 yaitu *Active contour* (*snake*) yang juga sering disebut *deformable models*. *Active contour* menggunakan prinsip minimasi energi untuk mendeteksi fitur tertentu dalam *image*. Pengguna harus memperkirakan kontur awal *initial contour* seperti tampak pada Gambar 1, bentuk kontur awal dibentuk sedemikian rupa sehingga bentuknya hampir mendekati bentuk garis batas obyek. Selanjutnya, kontur akan tertarik kearah garis batas *image* karena pengaruh energi internal yang dihasilkan oleh gambar tersebut.

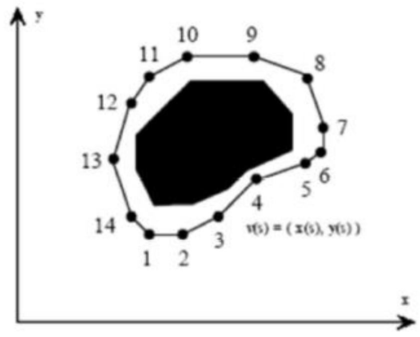

Figure 1: Bentuk Kontur Awal

Untuk mengatasi keterbatasan segmentasi dengan model *Active contour* di atas, Casseles memperkenal model deteksi tepi yang merupakan pengembangan dari model *Active contour* (*snake*) yaitu model *Geodesic active contour* (GAC) yang menggambarkan fungsi energi yang terdiri dari dua komponen yaitu energi internal dan energi eksternal. Energi internal berfungsi untuk mengontrol kehalusan kurva, sedangkan energi eksternal untuk menarik kurva ke arah batas obyek. Cara kerja model *Geodesic active contour* diadopsi dari metode analisis pada pergerakan *surface*, *Geodesic active contour* meminimalkan energi pada model dengan cara melakukan pergerakan pada kurva yang mempengaruhi energi tersebut sesuai dengan arah vektor normal. Vektor kecepatan ini dipengaruhi oleh besarnya nilai kurvatur pada titik tersebut. Secara matematis, hal terebut bisa diformulasikan sebagai:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \beta \vec{N} \qquad (1)$$

dengan C adalah kurva yang direpresentasikan sebagai kontur, $\vec{N}$ adalah vektor normal kurva, dan β adalah fungsi kecepatan (*speed function*) pergerakan kurva yang bergantung pada kurvatur k pada sebuah titik. Untuk menjamin kekonvergenan pergerakan kurva tersebut, kecepatan pergerakan kurva juga ditentukan oleh besaran yang merupakan fungsi dari citra, yang biasanya adalah gradien. Saat kurva berada di daerah dengan nilai gradien tinggi, kecepatan pergerakan pada posisi tersebut akan berkurang. Oleh karena itu, fungsi ini biasa juga dikenal sebagai *Stopping function* yang biasanya merupakan fungsi yang secara *smooth* menurun sesuai dengan besarnya gradien.

Salah satu metode penyelesaian masalah pergerakan kurva (*curve evolution*) dan perubahan topologi pada bidang pengolahan citra (*image processing*) dilakukan dengan menggunakan pendekatan numerik yaitu metode *level set*. Metode *level set* ini, pertama kali diusulkan oleh Osher dan Sethian pada tahun 1988. Konsep dasar dari metode ini adalah merepresentasikan kontur sebagai *zero level set*, dan untuk menyelesaikan segmentasi dengan *level set* secara numerik dilakukan dengan mengggunakan salah satu pendekatan metode beda hingga yaitu metode upwind.

METODE *LEVEL SET*

Level set dari fungsi f yang bernilai real dengan n variabel, merupakan himpunan yang dapat ditulis seperti berikut:

$$C = \{(x_1, x_2, ..., x_n) \mid f(x_1, x_2, ..., x_n) = c\}, \qquad (2)$$

artinya sebuah himpunan dengan nilai fungsinya merupakan konstanta $c \in R$. Fungsi f seperti pada (2) di atas dinamakan fungsi *level set*, ketika $c = 0$ maka himpunan tersebut dinamakan *zero level set*. Pada dimensi dua metode *level set* menjadi representasi dari kurva tertutup C, dengan menggunakan u sebagai fungsi *level set* sehingga dapat ditulis

$$C = \{(x, y) \mid u(x, y) = c\}. \qquad (3)$$

Ide utama dari metode *level set* ini adalah menganggap kurva (*curve*) sebagai *zero level set* dari fungsi u dalam ruang dimensi yang lebih tinggi. Pada waktu yang sama, perubahan dari obyek juga diperluas dalam ruang yang lebih tinggi. Jadi, ketika fungsi *level set* berubah berdasarkan ketentuan yang ditentukan, maka *zero level set* juga akan berubah. Sehingga pada akhirnya dapat diperoleh bentuk dari kurva. Misalkan sebuah kurva tertutup $C(p,t), t \geq 0$ dengan p merupakan parameter kurva $p = (x, y)$ dan t adalah waktu, pergerakan kurva tersebut dapat dipandang sebagai fungsi PDE berikut

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \alpha(p,t)\vec{T}(p,t) + \beta \vec{N}(p,t),$$

dengan syarat awal $C_0(x,y)$, α merupakan kecepatan pada arah vektor singgung (*tangent rate*) dan β merupakan kecepatan pada arah vektor normal (*normal rate*).

Pada beberapa bagian dari kurva C, nilai dari y dapat didefinisikan sebagai fungsi dari x. Oleh sebab itu, kurva C dapat dituliskan sebagai fungsi dari x
$C(x)=(x,\gamma(x))$.

Vektor singgungnya yaitu $C_x=(1,\gamma_x)$, sehingga unit vektor singgung dan unit vektor normal berturut-turut yaitu $\vec{T}=\frac{(1,\gamma_x)}{\sqrt{(1,\gamma_x^2)}}$ dan

$\vec{N}=\frac{(-\gamma_x,1)}{\sqrt{(1,\gamma_x^2)}}$.

Ketika kurva C bergerak pada setiap titik, maka x dan y akan berubah berdasarkan fungsi berikut

$$\frac{dy}{dt}=\alpha\frac{\gamma_x}{\sqrt{1+\gamma_x^2}}+\beta\frac{1}{\sqrt{1+\gamma_x^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+\gamma_x^2}}(\alpha\gamma_x+\beta), \quad (6)$$

$$\frac{dx}{dt}=\alpha\frac{1}{\sqrt{1+\gamma_x^2}}+\beta\frac{-\gamma_x}{\sqrt{1+\gamma_x^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+\gamma_x^2}}(\alpha-\beta\gamma_x). \quad (7)$$

Oleh karena itu, diperoleh

$$\frac{dy}{dt}=\gamma_x\frac{dx}{dt}+\gamma_t\gamma_t$$
$$=\frac{dy}{dt}-\gamma_x\frac{dx}{dt}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{1+\gamma_x^2}}(\alpha\gamma_x+\beta)-\gamma_x\frac{1}{\sqrt{1+\gamma_x^2}}(\alpha-\beta\gamma_x)$$
$$=\frac{1}{\sqrt{1+\gamma_x^2}}(\alpha\gamma_x+\beta-\alpha\gamma_x+\beta\gamma_x^2)$$
$$=\frac{1}{\sqrt{1+\gamma_x^2}}(\beta+\beta\gamma_x^2)=\frac{\beta}{\sqrt{1+\gamma_x^2}}(1+\gamma_x^2)$$
$$=\beta\sqrt{1+\gamma_x^2},$$

dengan kata lain, pergerakan kurva hanya dipengaruhi oleh vektor normal β. Jadi, pergerakan kurva (2) dapat ditulis

$$\frac{\partial C}{\partial t}=\beta\vec{N}. \quad (8)$$

Selanjutya berdasarkan Persamaan (8) di atas, akan diturunkan persamaan pergerakan fungsi *level set* u yaitu dengan menganggap $C(t)$ sebagai fungsi \emph{zero level set}. Oleh karena itu, *zero level set* u yaitu $u(x,y,t)=0$. Jika *zero level set* u diturunkan terhadap t, maka diperoleh

$$0=\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial u}{\partial t}$$
$$=-(\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t})u_t$$
$$=-(u_x x_t+u_y y_t)$$
$$=-[x_t,y_t]^T\nabla u$$
$$=-\frac{\partial(x,y)}{\partial t}\nabla u$$
$$=-\frac{\partial C}{\partial t}\nabla u$$
$$=-\beta\vec{N}\nabla u,$$

dengan $\vec{N}$ adalah vektor normal dan unit vektor normal didefinisikan $\vec{N}=-\frac{\nabla u}{|\nabla u|}$, sehingga diperoleh

$$u_t=\beta\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\nabla u$$
$$=\beta\frac{(\nabla u)^2}{|\nabla u|}$$
$$=\beta|\nabla u|.$$

Jadi, persamaan pergerakan fungsi *level set* u yaitu

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\beta|\nabla u|. \quad (9)$$

Persamaan (9) inilah yang merupakan Persamaan *level set* yang pertama kali diperkenalkan oleh Osher dan Sethian dengan $\nabla u=(\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial u}{\partial y})$ dan β adalah fungsi kecepatan *speed function* yang hanya dipengaruhi oleh kelengkungan kurva (*curvature*), yaitu

$$k=\nabla\cdot\vec{N}$$

seperti pada Proposisi

$$k=\frac{\|\ddot{\gamma}\times\dot{\gamma}\|}{\|\dot{\gamma}\|^3}.$$

MODEL GEODESIC ACTIVE CONTOUR PADA FUNGSI LEVEL SET UNTUK MENDETEKSI TEPI

MODEL GEODESIC ACTIVE CONTOUR

Model *Geodesic Active Contour* (GAC) (Sapiro, 2009) berawal dari model Active contour (*snake*) yang pertama kali diperkenalkan oleh Kass yaitu

$$E[C(p)]=\alpha\int_0^1 |C'(p)|^2\,dp+\beta\int_0^1 |C''(p)|^2\,dp-\lambda\int_0^1 |\nabla I(C(p)|\,dp, \quad (12)$$

Selanjutnya, jika $\beta=0$, dan mengganti $-|\nabla I|$ dengan $g\left(|\nabla I|\right)^2$ maka Persamaan (12) diatas menjadi

$$E[C(p)]=\alpha\int_0^1 |C'(p)|^2\,dp+\lambda\int_0^1 g(|\nabla I(C(p))|)^2\,dp$$

$$E[C(p)]=\int_0^1 E_{\text{int}}\left[C(p)\right]dp+\int_0^1 E_{\text{ext}}\left[C(p)\right]dp. \quad (13)$$

Model geodesic active contour akan diperoleh melalui Persamaan (13), dengan kata lain solusi dari Persamaan (13) yaitu merupakan kurva geodesic (kurva geodesik merupakan salah satu istilah pada ruang Riemannian yang menujukkan jarak terpendek antara dua titik). Untuk menunjukkan hal ini, yaitu dengan menggunakan prinsip maupertuis (Dubrovin, 1992) diperoleh Persamaan (13) menjadi

$$\min\int_0^1 \sqrt{2m\lambda}\, g\left(\left|\nabla I\left(C(q)\right)\right|\right)\left|C'(q)\right|dq, \quad (14)$$

karena $\sqrt{2m\lambda}$ adalah sebuah konstanta, maka tanpa mengurangi keumuman dengan memilih $\sqrt{2m\lambda}=1$, maka Persamaan (14) menjadi

$$\min\int_0^1 g\left(\left|\nabla I\left(C(q)\right)\right|\right)\left|C'(q)\right|dq. \quad (15)$$

Penulisan lain dari Persamaan (15) yaitu

$$L_R=\int_0^1 g\left(\left|\nabla I\left(C(q)\right)\right|\right)\left|C'(q)\right|dq, \quad (16)$$

Untuk meminimumkan Persamaan (16), akan dicari dengan menggunakan metode *steepest descent* (*gradient descent*). Metode *gradient descent*, merupakan salah satu pendekatan secara iterasi untuk memperoleh pengekstrim (peminimum atau pemaksimum) lokal suatu fungsi tujuan yang arah pencarian berdasarkan pada gradien dari fungsi tujuan (Chong, 2001) pada masalah ini merupakan fungsional pada Persamaan (14). Adapun Gradien dari fungsional pada Persamaan (14) merupakan Persamaan Euler-Lagrange yang merupakan variasi (turunan) pertama dari Persamaan (16) yang diperoleh berdasarkan kalkulus variasi. Berdasarkan Lemma dasar kalkulus variasi, maka

$$[(\nabla g(C)\vec{N})\vec{N}-g(C)k\vec{N}]=0. \quad (17)$$

Persamaan (17) inilah merupakan Persamaan Euler Lagrange dari (16), dengan k adalah *Euclidean curvature* dan $\vec{N}$ normal vektor kurva. Jadi, berdasarkan metode *steepest descent* untuk menggerakkan kurva awal C_0 kearah minimum lokal dari L_R (16) maka haruslah pergerakan kurva berdasarkan persamaan

$$C_t=[g(C)k\vec{N}-(\nabla g(C)\vec{N})\vec{N}]. \quad (18)$$

Artinya, kurva bergerak dengan arah pergerakan $-(\nabla g(C)\vec{N})\vec{N}$. Persamaan (18) ini menunjukkan bagaimana setiap titik pada *active contour* C harus bergerak sehingga L_R minimum. Lebih lanjut, objek yang terdeteksi ketika Persamaan (6) mencapai solusi *steady state* yakni $C_t=0$. Selanjutnya dengan menambah "energi konvergensi" pada Persamaan (18), sehingga Persamaan *Geodesic active contour* menjadi

$$\frac{\partial C(t)}{\partial t}=g(c+k)\vec{N}-(\nabla g.\vec{N})\vec{N}, \quad (19)$$

dengan menambahkan $cg\vec{N}$, maka kurva $C(t)$ tidak hanya akan bergerak lebih cepat ke arah tepi objek tetapi juga akan tetap bergerka sekalipun $k<0$.

MODEL GEODESIC ACTIVE CONTOUR PADA FUNGSI LEVEL SET UNTUK MENDETEKSI TEPI

Untuk mengimplentasikan pendekatan deteksi tepi dengan model *Geodesic active contour*, maka Persamaan (19) akan direpresentasikan dengan menggunakan pendekatan fungsi level set (8). Oleh sebab itu, jika kurva C, bergerak berdasarkan Persamaan (2), maka model Geodesic Active Contour pada Persamaan (19) yang akan digunakan untuk proses segmentasi menjadi,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g(I)\,|\nabla u|\,div\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) + cg(I)\,|\nabla u| + \nabla g(I)\nabla u \qquad (20)$$

dengan c adalah konstanta positif dan $k = div\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right)$, sedangkan $g(I)$ adalah fungsi *stopping function* yang digunakan untuk menghentikan pergerakan kurva pada saat mencapai garis batas (*boundary*) objek yang didefinisikan

$$g = \frac{1}{1 + |\nabla \hat{I}|}. \qquad (21)$$

Artinya, kurva C yang bergerak untuk mendeteksi garis batas (tepi) obyek yang dimplementasikan sebagai fungsi u akan berhenti ketika sudah mencapai garis batas (tepi) objek yaitu ketika $u_t = 0$.

IMPLEMENTASI NUMERIK MODEL GEODESIC ACTIVE CONTOUR PADA LEVEL SET UNTUK SEGMENTASI GAMBAR

Untuk mendeteksi garis batas (*boundary*) objek pada suatu gambar , maka fungsi u pada Persamaan (20) akan didiskritisasi dengan menggunakan metode beda hingga (Aubert, 2002). Oleh karena itu, diperoleh diskritisasi model *geodesic active contour* pada Persamaan (20), yaitu

$$\begin{aligned} u_{i,j}^{n+1} &= u_{i,j}^{n} + \Delta t g_{i,j} k_{i,j}^{n} \sqrt{(\delta_x u_{i,j}^n)^2 + (\delta_y u_{i,j}^n)^2} \\ &+ \Delta tc[\max(g_{i,j},0)\nabla^+ + \min(g_{i,j},0)\nabla^-]u_{i,j}^n \qquad (22) \\ &+ \Delta t[\max((g_x)_{i,j}^n,0)\delta_x^- u_{i,j}^n + \min((g_x)_{i,j}^n,0)\delta_x^+ u_{i,j}^n] \\ &+ \Delta t[\max((g_y)_{i,j}^n,0)\delta_y^- u_{i,j}^n + \min((g_y)_{i,j}^n,0)\delta_y^+ u_{i,j}^n] \end{aligned}$$

dengan

$$\nabla^+ u_{i,j}^n = [max(\delta_x^- u_{i,j}^n,0)^2 + min(\delta_x^+ u_{i,j}^n,0)^2 + max(\delta_y^- u_{i,j}^n,0)^2 + min(\delta_x^+ u_{i,j}^n,0)^2],$$

dan

$$k_{i,j}^n = div\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) = \frac{u_{xx}u_y^2 - 2u_{xy}u_y u_x + u_{yy}u_x^2}{(\sqrt{u_x^2 + u_y^2})^3}.$$

Adapun nilai awal $u_0(x,y)$ (*zero level set*) yaitu berupa lingkaran yang didefinisikan dalam domain gambar dan di luar obyek, yang diperoleh dengan menghitung jarak antara setiap titik (piksel) dengan kurva C_0. Karena C_0 adalah kurva tertutup, oleh karena itu jika C_0 adalah sebuah lingkaran dengan radius R dan titik pusat (x_0, y_0) maka

$$u_0(x,y) = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} - R. \qquad (23)$$

Model *geodesic active contour* yang digunakan untuk mendeteksi keberadaan garis batas (*boundary*) gambar yaitu Persamaan (20) yang didiskritisasi dengan menggunakan metode beda hingga sehingga diperoleh Persamaan (22). Selanjutnya, solusi iteratif untuk mendeteksi tepi dapat diperoleh dengan menggunakan *software* matlab 2010a dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menginput gambar yang akan akan disegmentasi dengan format .jpg atau .png.
2. Mengubah gambar menjadi *gray scale* (hitam putih) jika gambar yang dimasukkan berwana (RGB).
3. Menentukan parameter c, k dan *time step* (Δ_t).
4. Mendefinisikan kurva awal $(u_0(x,y))$ yang diletakkan di luar obYek yang akan di deteksi
5. Melakukan evolusi pada fungsi *level set* (22)
6. Menggambar Fungsi *Level set*
7. Menggambar *Zero Level set*

Untuk mendapatkan hasil segmentasi yang baik, ada lima parameter yang harus ditentukan dengan tepat dan hati-hati yaitu $c, delt\_t, re\_init, iterations$ dan k. Untuk simulasi yang pertama pada objek yang tunggal dipilih $c = 3, delta_t = 0.01, iteration = 2000, re\_init = 50$

dan $k = 5$. Sehingga dengan menggunakan *software* Matlab seri 2010a diperoleh sebagai berikut

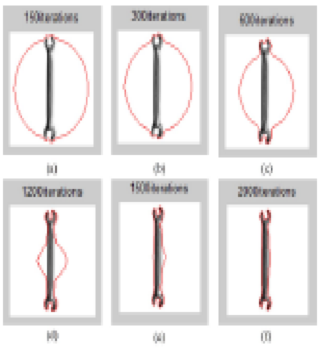

Figure 2: Proses Segmentasi Gambar

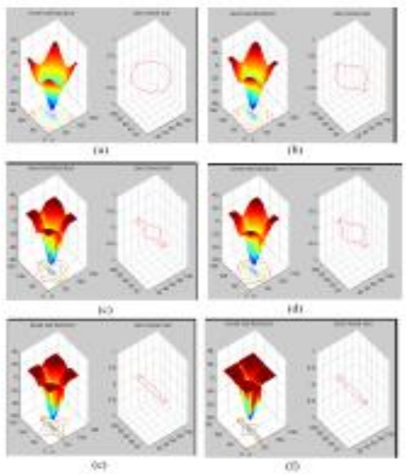

Figure 3: Proses Evolusi Level Set dan Zero Level Set

Untuk simulasi yang kedua yaitu pada objek ganda dipilih $c = 5, delta_t = 0.01, iteration = 1540, re\_init = 20$ dan $k = 5$. Sehingga dengan menggunakan *software* Matlab seri 2010a diperoleh sebagai berikut

Figure 4: Proses Segmentasi Gambar

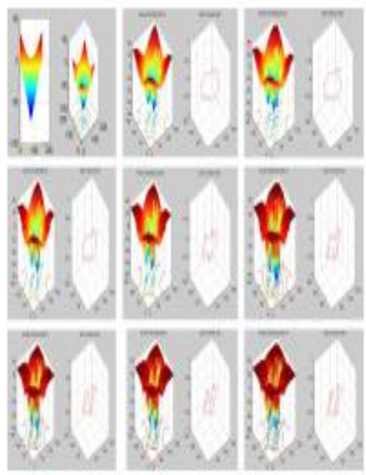

Figure 5: Proses Evolusi Level Set dan Zero Level Set

REFERENSI

Aubert, G., Kornprobst, P., 2002, *Mathematical Problems in Image Processing: Partial Differential Equations and the Calculus of Variations*, Springer-Vcrlag New York.

Chong, K.P.E., Zak, H.S, 2001, *An Introduction To Optimization Second Edition*, Wiley Canada.

Dong, Y., Xin Xu, Zhao, Q., 2012, *Application Of Level Set Method In Image Segmentation*, Elsevier, 6 Oktober 2012.

Dubrovin, B.A, Fomenko, A.T., Novikop, S.P., 1992, *Modern Geometry Method and Application Part. I The Geometry Of Surface, Transformation Groups, and Fields Second Edition*, Springer.

Sapiro, G., 2009, *Geometri Partial Differential Equation An Image Analysis*, Cambridge University Press.